

REPUBLIQUE TUNISIENNE - MINISTERE DE L'EDUCATION * * * * * DEVOIR DE SYNTHESE N : 1		LYCEE SECONDAIRE AJIM JERBA ⊕ ⊕ ⊕ B BRAHIM KHALED	
EPREUVE : MATHEMATIQUES		COEFFICIENT : 4	NIVEAU ET SECTION : 3 ^e M
Premier trimestre	Date : 06 décembre 2010	Durée : 2 heures	

Commentaires : *Le sujet comporte deux pages.
 Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez.
 Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation.*

EXERCICE 1 (04 points)

Pour chacune des quatre questions de ce QCM, une seule des trois affirmations est exacte.

Indiquer laquelle sans justification.

Le plan est orienté dans le sens direct.

- 1) Pour tout réel x , $2\cos^2(x)$ est égal à ...
 (a) : $1 - \cos(2x)$. (b) : $1 + \cos(2x)$. (c) : $1 - \sin(2x)$. (d) : $1 + \sin(2x)$.
- 2) Pour tout réel x , $2\cos(2x)\cos(x)$ est égal à ...
 (a) : $\cos(x) + \cos(3x)$. (b) : $\cos(3x) - \cos(x)$. (c) : $\cos(x) - \cos(3x)$. (d) : $\sin(x) + \sin(3x)$.
- 3) Pour tout réel x , $4\cos^3(x)$ est égal à ...
 (a) : $\cos(x) - \cos(3x)$. (b) : $\cos(x) + \cos(3x)$. (c) : $3\cos(x) - \cos(3x)$. (d) : $3\cos(x) + \cos(3x)$.
- 4) Dans l'intervalle $] -\pi ; \pi]$, l'équation $\cos^3(x) = \cos(3x)$ possède exactement ...
 (a) : une solution. (b) : deux solutions. (c) : trois solutions. (d) : quatre solutions.

EXERCICE 2 (06 points)

On considère la fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{x\sqrt{x}}{|x-1|-1}$$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal.

- 1) Justifier que f est définie sur $]0; 2[\cup]2; +\infty[$.
- 2) Montrer que f est prolongeable par continuité en 0.
- 3) Soit \tilde{f} le prolongement de f en 0 et g la restriction de \tilde{f} sur $]0; 2[$.
 - a. Donner la nature de la branche infinie de (C).
 - b. Etudier la dérivabilité de g en 1 puis sur l'intervalle $]0; 2[$.
 - c. Déterminer la fonction dérivée g' de g .
- 4) a. Montrer que l'équation $g(x) = -2$ admet dans l'intervalle $]1; 2[$ une unique solution α .
 b. Prouver que $g'(\alpha) = \frac{6-\alpha}{\alpha(\alpha-2)}$.

EXERCICE 3 (05 points)

On se propose d'étudier la fonction numérique f dont on donne ci-dessous le tableau de variation :

x	-4	-3	-1	0	1	3	$+\infty$						
$f'(x)$		+	0	-		-	(-1)	-	0	+	0	+	
$f(x)$			4		$+\infty$		0		-2		-1		0

- 1) Préciser les ensembles de définition de f et de f' .
- 2) Donner les équations des asymptotes à la courbe représentative (C) de f .
- 3) Ecrire les équations des tangentes à (C) aux points d'abscisses 0 et 3.
- 4) Préciser les extrema de f .
- 5) Ebaucher la courbe (C) dans un repère orthonormal.

EXERCICE 4 (05 points)

Dans un repère orthonormal direct $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ on considère le point M de coordonnées $(2\sqrt{3}; 2)$.

- 1) Donner des coordonnées polaires de M dans $(O ; \vec{i})$.
- 2) On considère le point N tel que $ON = \frac{1}{2} OM$ et $(\vec{OM}, \vec{ON}) \equiv \frac{3\pi}{4} (2\pi)$.
Déterminer des coordonnées polaires de N dans le repère $(O ; \vec{i})$.
- 3) a. En utilisant les formules d'addition, calculer $\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{11\pi}{12}\right)$.
b. En déduire les coordonnées cartésiennes de N dans $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
- 4) Calculer la distance MN et une valeur approchée à 10^{-2} près par défaut, de (\vec{MO}, \vec{MN}) .

Bon travail
et
bonne chance